Dedukti : un vérificateur de preuves universel

Ali Assaf, Raphaël Cauderlier et Ronan Saillard

DEDUC⊢EAM (INRIA) - MINES ParisTech

ali.assaf@inria.fr raphael.cauderlier@inria.fr ronan.saillard@inria.fr

Introduction

DEDUKTI est un vérificateur de types pour le $\lambda\Pi$-calcul modulo, un formalisme alliant types dépendants et réécriture qui permet d'exprimer et de vérifier les preuves de nombreux systèmes logiques.
Nous proposons d'utiliser DEDUKTI comme un vérificateur de preuves universel en traduisant *HOL*, *Coq* et *FoCaLize* vers DEDUKTI.

HOL

```
# let transitivity =
   EQ_MP
    (MK_COMB (REFL `(=) x : A -> bool`,
      ASSUME `y : A = z`))
    (ASSUME `x : A = y`);;

val transitivity :
  thm = x = y, y = z |- x = z
```

Holide

Coq

```
Theorem transitivity :
  forall (A : Type) (x y z : A),
    x = y -> y = z -> x = z.
Proof.
  intros A x y z H1 H2.
  induction H1.
  exact H2.
Qed.
```

Coqine

FoCaLize

```
species Setoid =
  signature (=): Self -> Self -> bool;
  property transitivity :
    all x y z : Self,
      x = y -> y = z -> x = z;
end;;
```

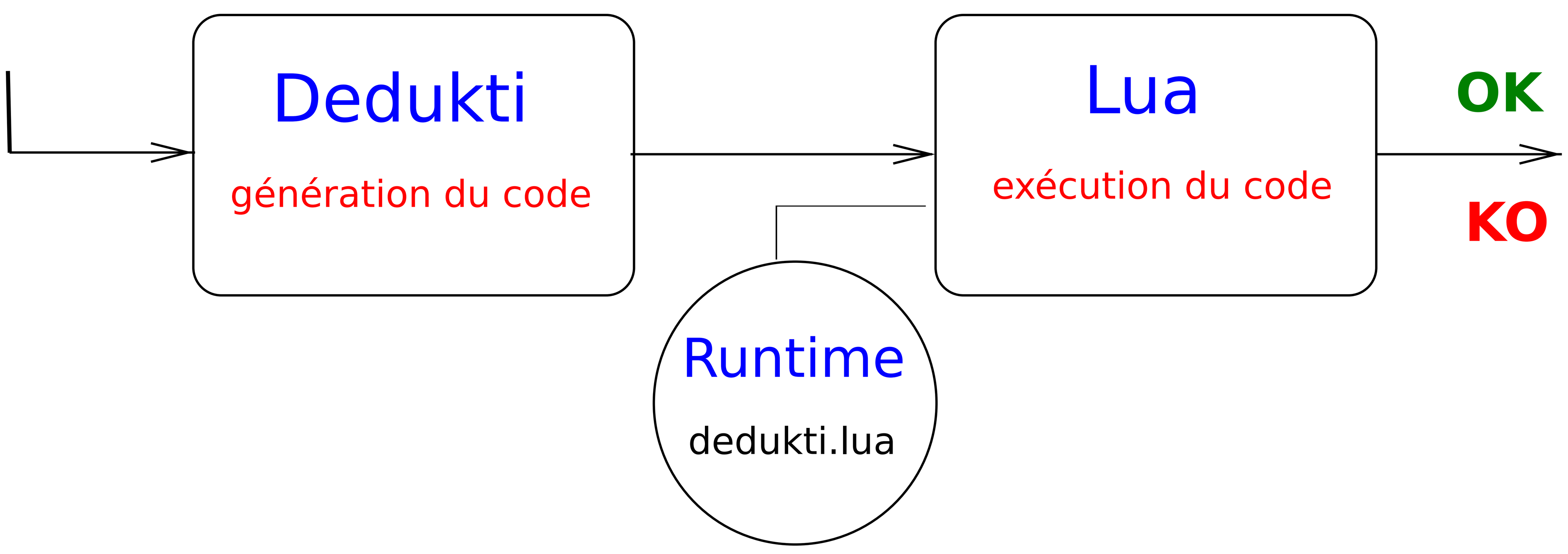
Focalide

Dedukti

```
A : Type.
Nat: Type.
Z : Nat.
S : Nat -> Nat.

plus: Nat -> Nat -> Nat.
[m:Nat] plus Z m --> m
[n:Nat,m:Nat] plus (S n) m --> plus n (S m).

Listn : Nat -> Type.
nil : Listn Z.
cons : n:Nat -> A -> Listn n -> Listn (S n).

append: n:Nat -> Listn n -> m:Nat -> Listn m -> Listn (plus m n).
[n:Nat,l1:Listn n] append n l1 Z nil --> l1
[n:Nat,l1:Listn n,m:Nat,l2:Listn m,a:A]
    append n l1 (S m) (cons {m} a l2) --> append (S n) (cons n a l1) m l2.
```

Définition de la concaténation de listes de taille n en Dedukti.

- Un vérificateur de preuves basé sur le $\lambda\Pi$-calcul modulo (voir encadré).
- Une architecture originale : le fichier source est compilé vers un langage cible (*Lua*) qui est ensuite exécuté pour obtenir le résultat.
- De la normalisation par évaluation : la normalisation est assurée par l'exécution dans le langage cible.
- Une compilation *just-in-time* (*JIT*) : l'utilisation d'un compilateur *JIT* comme *back-end* assure des performances optimales quelque soit la quantité de calcul dans les preuves vérifiées.
- Une vérification de type sans contexte : le contexte est remplacé par des annotations de type.
- Un algorithme bi-directionnel : le système alterne entre des phases de vérification et d'inférence de type, guidé par la structure du terme.



Dedukti est un générateur de code.

Le $\lambda\Pi$-calcul modulo

- Le $\lambda\Pi$-calcul est un λ-calcul avec des types dépendants qui permet d'exprimer les preuves de la logique minimale des prédicats à travers la correspondance de Curry-DeBruijn-Howard.
- Le $\lambda\Pi$-calcul modulo est une extension du $\lambda\Pi$-calcul qui intègre une notion de convertibilité élargie :

$$\frac{\Gamma \vdash t : A \quad \Gamma \vdash B : s \quad A \equiv_{\beta\mathcal{R}} B}{\Gamma \vdash t : B}(\text{Conv})$$

où $\mathcal{R}$ est la congruence générée par un système de réécriture bien typé arbitraire.

Vers l'interopérabilité

- Les systèmes de preuves actuels souffrent d'un manque d'interopérabilité. Il est difficile de réutiliser une théorie d'un système dans un autre sans refaire toutes les preuves.
- La traduction de ces différents systèmes dans un formalisme commun permettra de combiner leurs preuves pour construire des théories plus larges.
- Des traductions d'autres systèmes, tels que *PVS*, *Matita* ou encore *Atelier B*, sont à l'étude.

DEDUKTI, Holide, Coqine et Focalide sont disponibles sur le site web de DEDUKTI : https://www.rocq.inria.fr/deducteam/dedukti/